Определение 2 [1, с. 299]. Система (2) называется *равномерно стабилизируемой*, если для каждого $\alpha > 0$ найдется такое такое измеримое и ограниченное матричное управление $U = U(t)$, $t \geqslant 0$, размерности $m \times n$, что верхний показатель Боля $\overline{\beta}[x]$ [1, с. 62] всякого нетривиального решения $x_U = x_U(t)$ системы (2) этим управлением U удовлетворяет неравенству $\overline{\beta}[x] < -\alpha$.

Определение 3 [1, с. 326]. Будем говорить, что система (2) *глобально скляризуема*, если для произвольной наперед заданной локально интегрируемой и интегрально ограниченной на положительной полуоси скалярной функции $p = p(t)$, $t \geqslant 0$, существует такое измеримое и ограниченное матричное управление $U = U(t)$, $t \geqslant 0$, что система (2) с этим управлением *асимптотически эквивалентна* [1, с. 58] системе $\dot z = p(t)z$, $z \in \mathbb{R}^n$, $t \geqslant 0$.

Теорема. *Если система* (1) *с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то:*

1) *верхний особый показатель П. Боля* [1, с. 61] *системы* (2) *пропорционально глобально управляем на множестве* $\{\mu \in \mathbb{R} : |\mu| \leqslant \mu_0\}$ *при каждом* $\mu_0 > 0$;

2) *система* (2) *равномерно стабилизируема;*

3) *система* (2) *глобально скаляризуема;*

4) *существует такое измеримое и ограниченное управление* $U = U(t)$, $t \in [0, +\infty)$, *что система* (2) *с этим управлением приводима к системе* $\dot z = 0$, $z \in \mathbb{R}^2$, $t \geqslant 0$;

5) *система* (2) *обладает свойством глобальной управляемости коэффициентов неправильности Ляпунова, Перрона и Гробмана* [1, с. 69]*;*

6) *система* (2) *обладает свойством глобальной управляемости правильности;*

7) *система* (2) *обладает свойством глобальной управляемости приводимости.*

Работа выполнялась в рамках проекта Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (№ Ф13М–055).

Литература

1. Макаров Е. К., Попова С. Н. *Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем.* Мн.: Беларус. навука, 2012. 407 с.

ЗАДАЧИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

В.В. Крахотко, Г.П. Размыслович

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
krakhotko,razmysl@bsu.by

Впервые четкую постановку проблемы управляемости и ее решение для линейных стационарных систем (непрерывных и дискретных) дал Р. Калман в 1960 г.

Этот результат был обобщен и перенесен на различные классы обыкновенных систем, в первую очередь, непрерывных. Наряду с управляемостью рассматривалась и проблема наблюдаемости.

Но математика, сделав спираль по непрерывным системам, возвратилась к тому, с чего начала — к дискретным системам, так как современные прикладные проблемы требуют разработки именно теории дискретных систем.

В настоящее время возрос интерес к сингулярным дискретным системам, которые часто встречаются на практике (экономика, теория электрических цепей и т.д.), т. е. к системам вида

$$A_0x(t+1) = A_1x(t) + A_2x(t-h) + B_1u(t) + B_2u(t-h), \quad y = Cx(t), \quad t \in N_0, \qquad (1)$$

где $x \in R^n$, $y \in R^m$, $u \in R^r$, $A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, C$ — постоянные матрицы соответствующих размеров, h $(h \geqslant 1)$ — натуральное число (запаздывание).

В докладе для системы (1) ставится задачи различных видов управляемости и наблюдаемости, приводятся результаты полученные собственно авторами [1–9], а также указываются направления и задачи дальнейших исследований этой и других более сложных сингулярных дискретных систем.

Литература

1. Габасов Р. Ф., Кирилова Ф. М., Крахотко В. В., Минюк С. А. *Теория управляемости линейных систем. I. Определяющее уравнение* // Дифференц. уравнения. 1972. Т. 8, № 5. С. 767–773.

2. Габасов Р. Ф., Кирилова Ф. М., Крахотко В. В., Минюк С. А. *Теория управляемости линейных систем. II. Обыкновенные системы* // Дифференц. уравнения. 1972. Т. 8, № 6. С. 1081–1091.

3. Габасов Р. Ф., Кирилова Ф. М., Крахотко В. В., Минюк С. А. *Теория управляемости линейных систем. III. Системы с последействием* // Дифференц. уравнения. 1972. Т. 8. № 7. С. 1283–1291.

4. Размыслович Г. П. *Управляемость каузальных линейных дескрипторных дискретных систем с запаздыванием* // Вестн. БГУ. 1996. Сер. 1. № 2. С. 72–74.

5. Крахотко В. В., Размыслович Г. П. *Управляемость каузальных дифференциально-алгебраических систем с запаздыванием* // Изв. Ин-та математики и информатики. 2006. Вып. 3(37). Ижевск. С. 75–76.

6. Крахотко В. В., Размыслович Г. П. *К управляемости дискретных систем с запаздыванием по управлению.* // Тез. докл. Междунар. конф. «АМАДЕ». 11–14 сентября 2009 г. Минск. С. 91–92.

7. Игнатенко В. В. Крахотко В. В., Размыслович Г. П. *H-управляемость линейных дескрипторных дискретных систем с запаздыванием по управлению* // Материалы Междунар. научно-технической конф. «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов». 28–29 сентября 2009 г. БГТУ, Минск. С. 319–320.

8. Крахотко В. В., Размыслович Г. П. *Некоторые задачи наблюдаемости дискретных динамических систем.* // Тез. докл. Междунар. конф. «XI Белорусская математическая конференция». г. Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. С. 114–115.

9. Игнатенко В. В., Крахотко В. В., Размыслович Г. П. *Управляемость дескрипторных линейных дискретных систем* // Тез. докл. Междунар. конф. «Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация». Минск, 1–5 октября 2013 г. С. 135–136.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ДЕМПФИРОВАНИИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОКРЕСТНОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКИ ИНВАРИАНТНОГО МНОЖЕСТВА

С.Е. Купцова

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
sekuptsova@yandex.ru

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x, y), \quad \dot{y} = g(x, y), \tag{1}$$

относительно которой предположим, что она удовлетворяет всем условиям существования и единственности решения задачи Коши, а также имеет устойчивый предельный цикл вида $x^2 + y^2 = 1$. Наряду с системой (1) рассмотрим управляемую систему

$$\dot{x} = f(x, y) + R_1(t) + b_1 u, \quad \dot{y} = g(x, y) + R_2(t) + b_2 u, \tag{2}$$

где b_1 и b_2 постоянные строчки размерности r, u — вектор управлений размерности r, функции $R_1(t)$ и $R_2(t)$ определены и непрерывны на множестве $t \geqslant 0$. Полагая